

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 1 (Запад без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Математика. 10 класс. Вариант 1 (Запад без логарифмов)

2

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

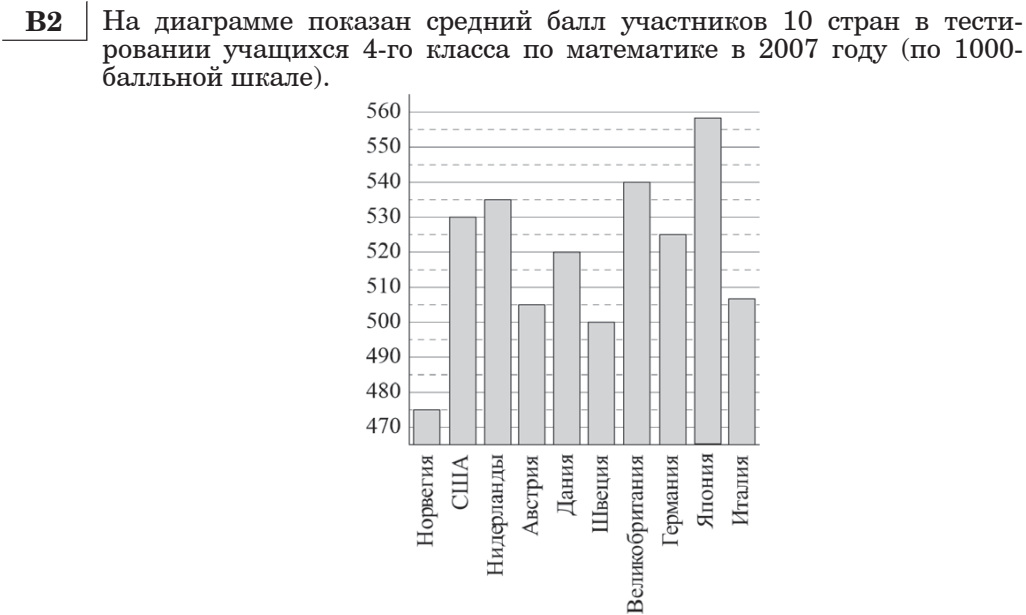
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 ноября счётчик показывал расход 126 куб.м. воды, а 1 декабря — 141 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за ноябрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 23 р. 60 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл не выше, чем 520.

Ответ:

В3

Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ:

В4

В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350	нет	12
Б	Бесплатно	10 минут – 200 рублей	19
В	180	15 минут – 300 рублей	15

* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

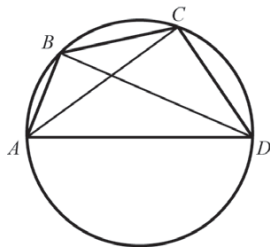
Ответ:

В5

Найдите корень уравнения: $\sqrt{17 - 2x} = 3$.

Ответ:

- В6** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 124° , угол CAD равен 36° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

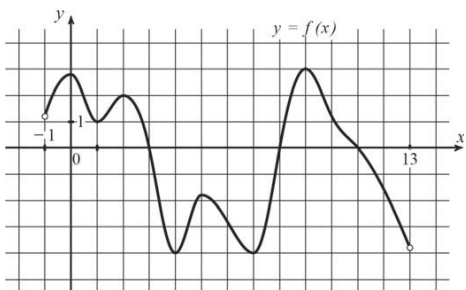


Ответ:

- В7** Найдите значение выражения $(208^2 - 11^2) : 219$.

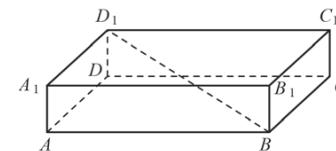
Ответ:

- В8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -10$.



Ответ:

- В9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .

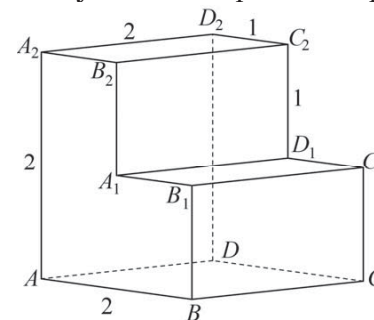


Ответ:

- В10** В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

B13 Моторная лодка прошла против течения реки 63 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 20}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3}\cos x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

C3 Решите систему

$$\begin{cases} (x^2 + 5, 6x + 7, 84)(x + 2, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 2} \leq 5. \end{cases}$$

C4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

C5 При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

C6 Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 2 (Запад без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Математика. 10 класс. Вариант 2 (Запад без логарифмов)

2

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

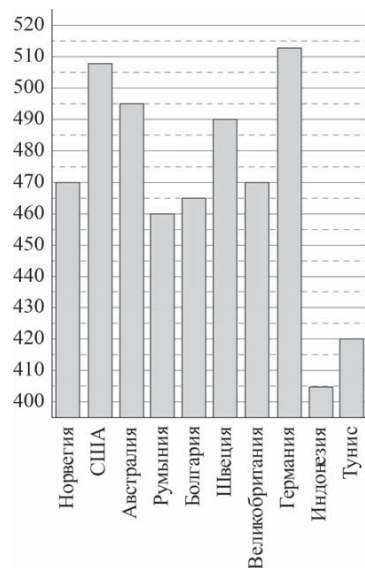
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 7% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,84 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 5 кг в течение суток?

Ответ:

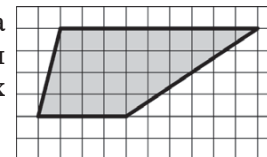
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл отличается от среднего балла болгарских школьников менее, чем на 15 (саму Болгарию не считайте).

Ответ:

- B3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 110 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 160 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,2 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,2 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,6 руб. за кВт·ч.

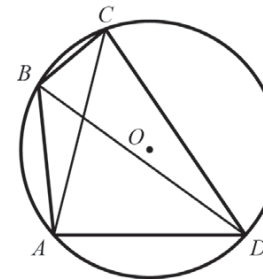
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\sqrt{70 - 5x} = 5$.

Ответ:

- B6** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 124° , угол CAD равен 76° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

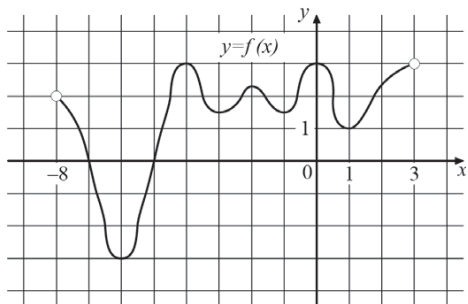


Ответ:

B7 Найдите значение выражения $(314^2 - 26^2) : 340$.

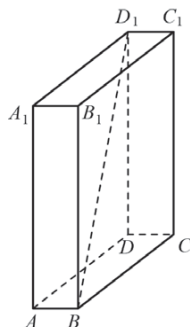
Ответ:

B8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -20$.



Ответ:

B9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $CC_1 = 9$, $AB = 2$, $B_1 C_1 = 6$. Найдите длину диагонали BD_1 .

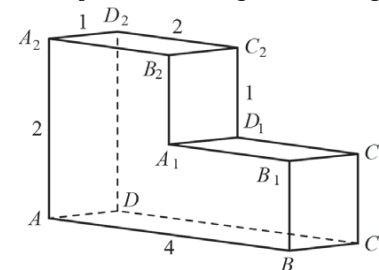


Ответ:

B10 В сборнике билетов по физике всего 25 билетов, в 4 из них встречается вопрос о конденсаторах. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос о конденсаторах.

Ответ:

B11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12 Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,6 километра, приобрести скорость не менее 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

B13 Моторная лодка прошла против течения реки 96 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 6x + 29}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3}\sin x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

- C3** Решите систему неравенств
- $$\begin{cases} (x^2 + 3, 6x + 3, 24)(x + 1, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} \leq 5. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 3 (Запад без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

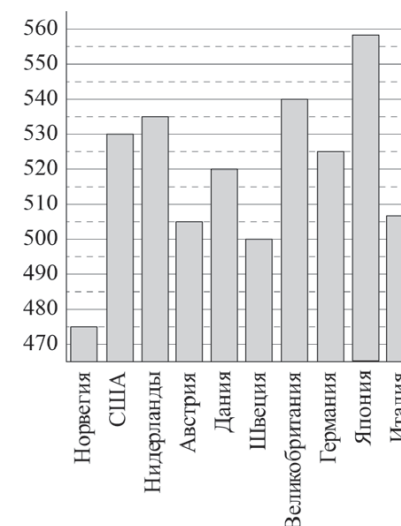
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 апреля счётчик показывал расход 75 куб.м. воды, а 1 мая — 81 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за горячую воду за апрель, если цена за один куб.м. горячей воды составляет 97 р. 50 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

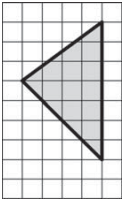
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



На сколько баллов отличается средний балл участников из США от среднего балла участников из Швеции?

Ответ:

В3 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4 Для остекления музейных витрин требуется заказать 50 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,35\text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

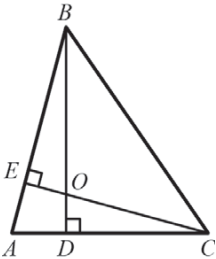
Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	320	20	
В	310	25	
С	340	15	При заказе на сумму больше 7000 руб. резка бесплатно

Ответ:

В5 Найдите корень уравнения $\sqrt{x + 20} = 8$.

Ответ:

В6 В треугольнике ABC угол A равен 84° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

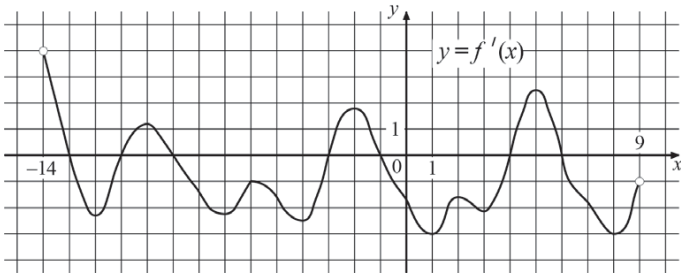


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $\frac{(4\sqrt{6})^2}{4}$.

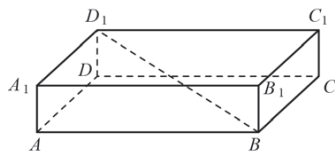
Ответ:

В8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 7]$.



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .

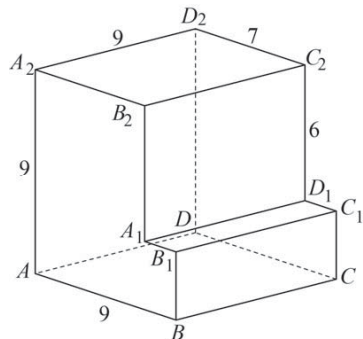


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 3 из них встречается вопрос о свойствах логарифмов. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о свойствах логарифмов.

Ответ:

- B11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- B12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 28$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 28,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- B13** Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

- B14** Найдите наибольшее значение функции $y = 11\cos x - 12x + 28$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3}\cos x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

C3 | Решите систему

$$\begin{cases} (x^2 + 5, 6x + 7, 84)(x + 2, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 2} \leq 5. \end{cases}$$

C4 | Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.**C5** | При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?**C6** | Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.**Диагностическая работа № 1**
по МАТЕМАТИКЕ**22 мая 2012 года****10 класс****Вариант 4 (Запад без логарифмов)**

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

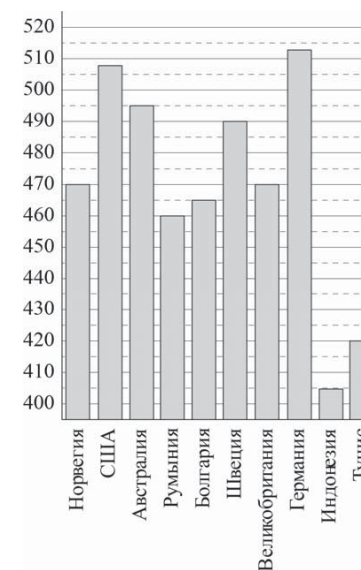
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 ноября счётчик показывал расход 126 куб.м. воды, а 1 декабря — 141 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за ноябрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 23 р. 60 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

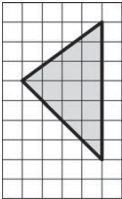
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл отличается от среднего балла болгарских школьников менее, чем на 15 (саму Болгарию не считайте).

Ответ:

В3 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350	нет	12
Б	Бесплатно	10 минут – 200 рублей	19
В	180	15 минут – 300 рублей	15

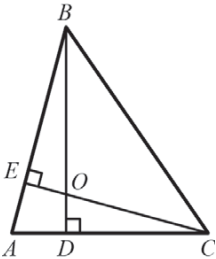
* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В5 Найдите корень уравнения: $\sqrt{70 - 5x} = 5$.

Ответ:

В6 В треугольнике ABC угол A равен 84° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

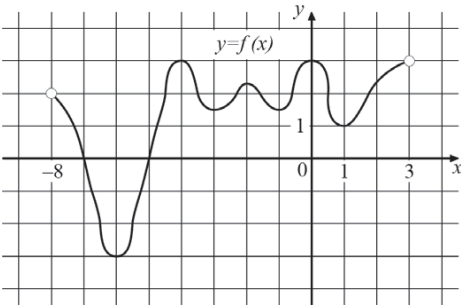


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $(208^2 - 11^2) : 219$.

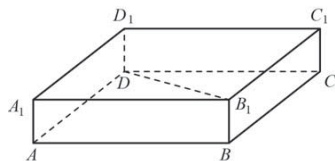
Ответ:

В8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -20$.



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

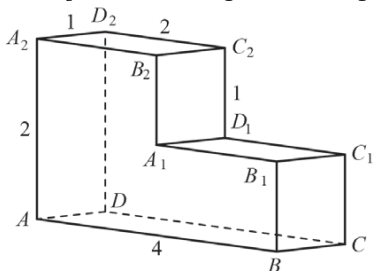


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

Ответ:

- B11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- B12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 28$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 28,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- B13** Моторная лодка прошла против течения реки 63 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- B14** Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 6x + 29}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

C3 | Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (x^2 + 3, 6x + 3, 24)(x + 1, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{x + 1} \leq 5. \end{cases}$$

C4 | Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.**C5** | При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?**C6** | Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.**Диагностическая работа № 1**
по МАТЕМАТИКЕ**22 мая 2012 года****10 класс****Вариант 5 (Запад без производной)**

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

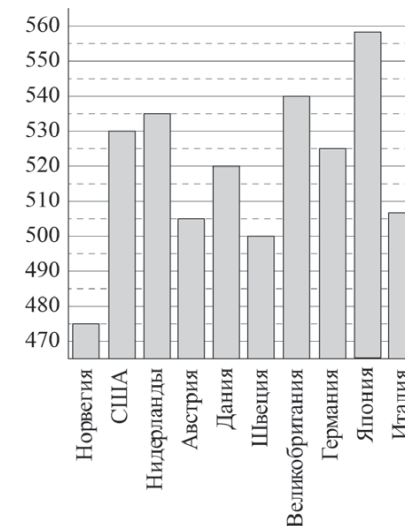
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 ноября счётчик показывал расход 126 куб.м. воды, а 1 декабря — 141 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за ноябрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 23 р. 60 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).

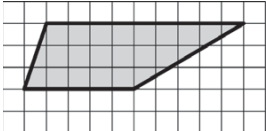


По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл не выше, чем 520.

Ответ:

В3

Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4

В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350	нет	12
Б	Бесплатно	10 минут – 200 рублей	19
В	180	15 минут – 300 рублей	15

* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

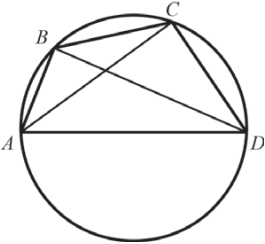
В5

Найдите корень уравнения: $\log_4(-1 - x) = 2$.

Ответ:

В6

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 124° , угол CAD равен 36° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

В7

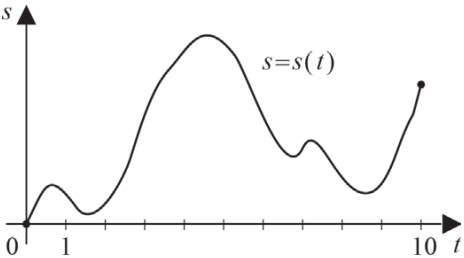
Найдите значение выражения $(208^2 - 11^2) : 219$.

Ответ:

В8

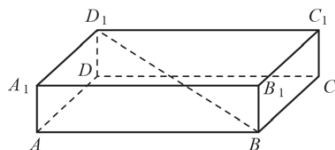
Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- В9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .

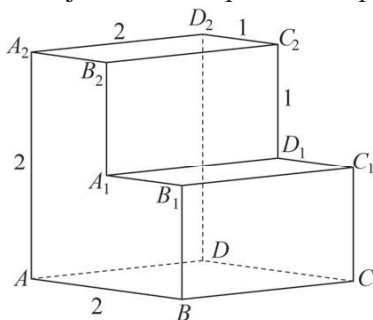


Ответ:

- В10** В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

- В13** Моторная лодка прошла против течения реки 63 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- В14** Найдите наибольшее значение функции $y = 6^{-119-22x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6 \sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

- C3** Решите систему
- $$\begin{cases} \log_{4x+1}(5x-6) + \log_{5x-6}(4x+1) \leq 2, \\ 25^x - 3 \cdot 15^x - 10 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 6 (Запад без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

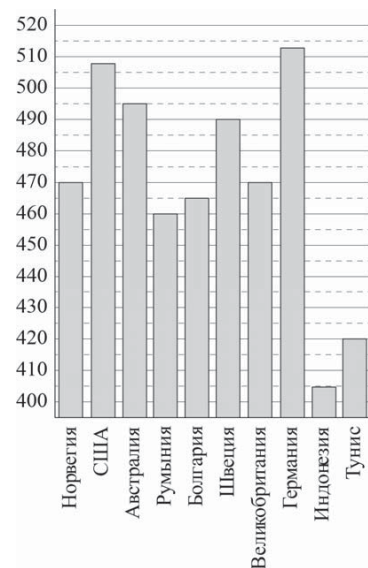
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 7% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,84 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 5 кг в течение суток?

Ответ:

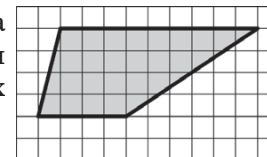
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл отличается от среднего балла болгарских школьников менее, чем на 15 (саму Болгарию не считайте).

Ответ:

- B3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 110 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 160 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,2 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,2 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,6 руб. за кВт·ч.

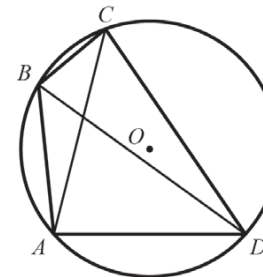
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\log_5(-4 - x) = 2$.

Ответ:

- B6** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 124° , угол CAD равен 76° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



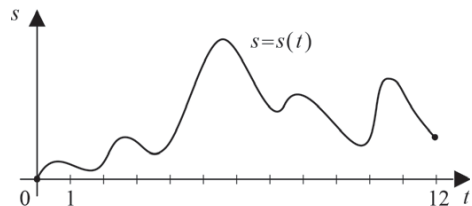
Ответ:

В7 Найдите значение выражения $(314^2 - 26^2) : 340$.

Ответ:

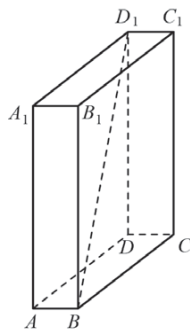
В8 Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ:

В9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $CC_1 = 9$, $AB = 2$, $B_1 C_1 = 6$. Найдите длину диагонали BD_1 .

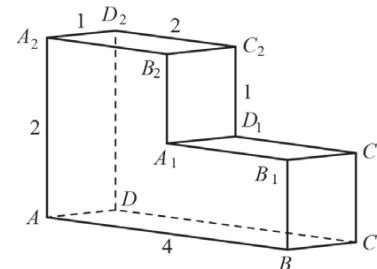


Ответ:

В10 В сборнике билетов по физике всего 25 билетов, в 4 из них встречается вопрос о конденсаторах. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос о конденсаторах.

Ответ:

В11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

В12 Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,6 километра, приобрести скорость не менее 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

В13 Моторная лодка прошла против течения реки 96 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

В14 Найдите наибольшее значение функции $y = 9^{-34+12x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3}\sin x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

- C3** Решите систему
- $$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-7) + \log_{4x-7}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 7 (Запад без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

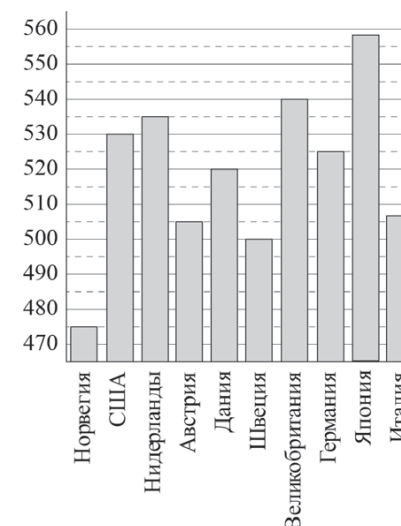
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 апреля счётчик показывал расход 75 куб.м. воды, а 1 мая — 81 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за горячую воду за апрель, если цена за один куб.м. горячей воды составляет 97 р. 50 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).

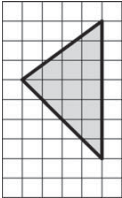


На сколько баллов отличается средний балл участников из США от среднего балла участников из Швеции?

Ответ:

В3

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.).
Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4

Для остекления музейных витрин требуется заказать 50 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,35\text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	320	20	
В	310	25	
С	340	15	При заказе на сумму больше 7000 руб. резка бесплатно

Ответ:

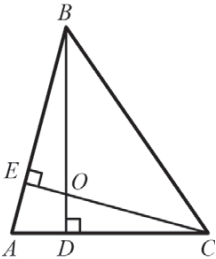
В5

Найдите корень уравнения: $\log_6(-1 - x) = 1$.

Ответ:

В6

В треугольнике ABC угол A равен 84° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



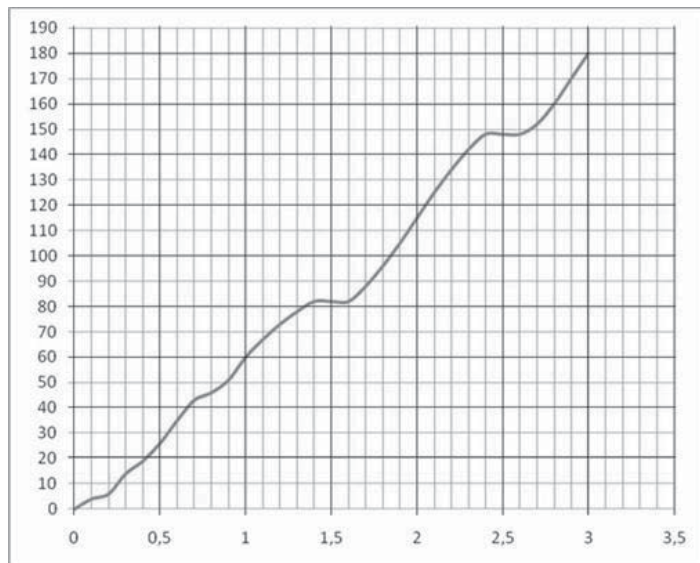
Ответ:

В7

Найдите значение выражения $\frac{(4\sqrt{6})^2}{4}$.

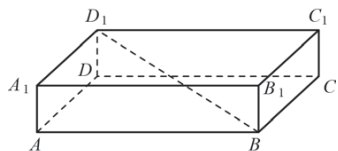
Ответ:

- B8** На рисунке показана зависимость расстояния от времени при движении автомобиля по маршруту от начального пункта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость автомобиля на этом маршруте. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .

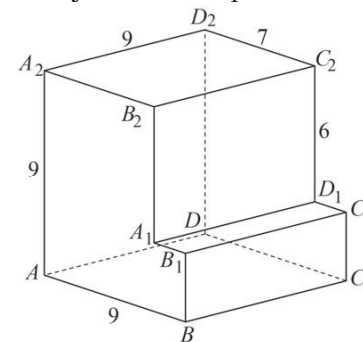


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 3 из них встречается вопрос о свойствах логарифмов. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о свойствах логарифмов.

Ответ:

- B11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- B12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 28$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 28,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- B13** Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

B14Найдите наибольшее значение функции $y = 4^{-23-10x-x^2}$.**Ответ:****Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3}\cos x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.**C2**

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

C3

Решите систему

$$\begin{cases} \log_{4x+1}(5x-6) + \log_{5x-6}(4x+1) \leq 2, \\ 25^x - 3 \cdot 15^x - 10 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$$

C4

Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

C5

При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

C6

Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 8 (Запад без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

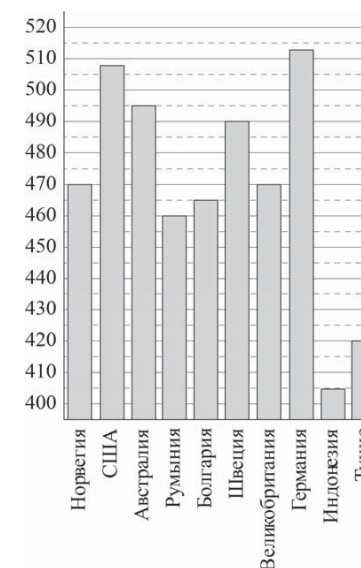
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 ноября счётчик показывал расход 126 куб.м. воды, а 1 декабря — 141 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за ноябрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 23 р. 60 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

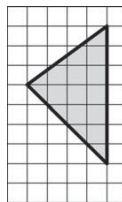
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл отличается от среднего балла болгарских школьников менее, чем на 15 (саму Болгарию не считайте).

Ответ:

- B3** Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо 20% на услуги мобильного интернета.

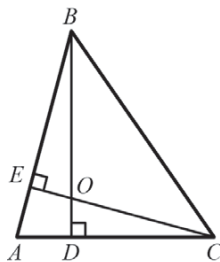
Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 500 рублей на звонки абонентам других компаний в своем регионе, 300 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\log_5(-4 - x) = 2$.

Ответ:

- B6** В треугольнике ABC угол A равен 84° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



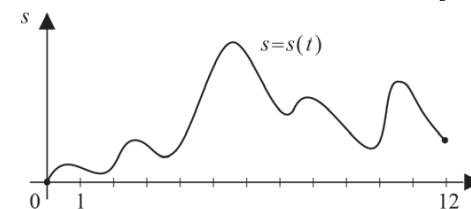
Ответ:

- B7** Найдите значение выражения $(208^2 - 11^2) : 219$.

Ответ:

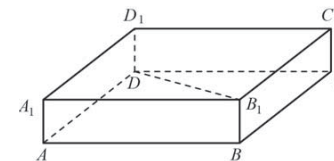
- B8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

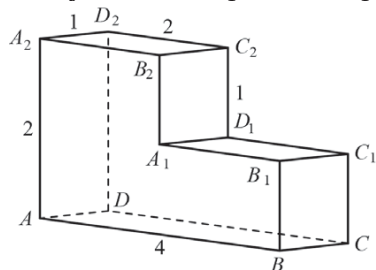


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

Ответ:

- B11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- B12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 28$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 28,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- B13** Моторная лодка прошла против течения реки 63 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- B14** Найдите наибольшее значение функции $y = 9^{-34+12x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3}\sin x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .
- C3** Решите систему
$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-7) + \log_{4x-7}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$
- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.
- C5** При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?
- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 9 (Восток без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

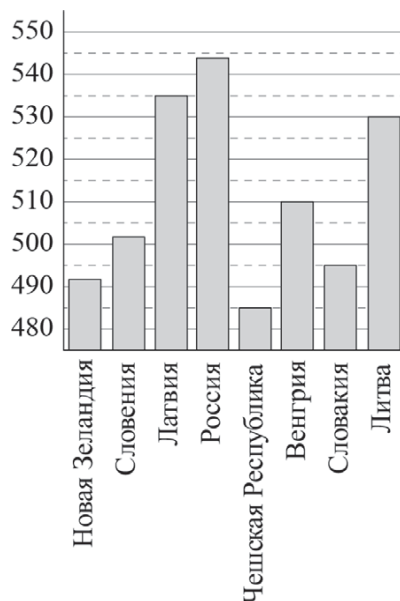
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина 22,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 8 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ:

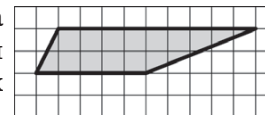
- В2** На диаграмме показан средний балл участников 8 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл выше, чем в Словакии.

Ответ:

- В3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- В4** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 110 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 155 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,8 руб. за кВт·ч.

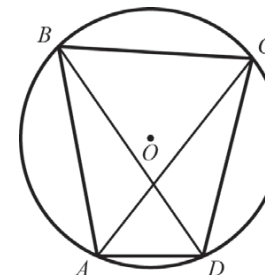
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- В5** Найдите корень уравнения: $\sqrt{54 - 5x} = 7$.

Ответ:

- В6** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 76° , угол CAD равен 52° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

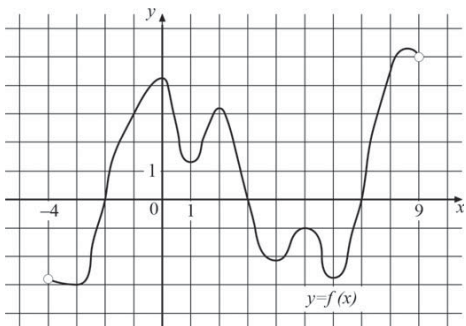


Ответ:

- В7** Найдите значение выражения $(181^2 - 11^2) : 192$.

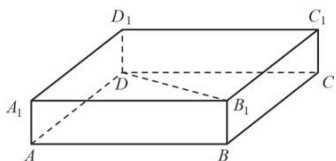
Ответ:

- B8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 13$.



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

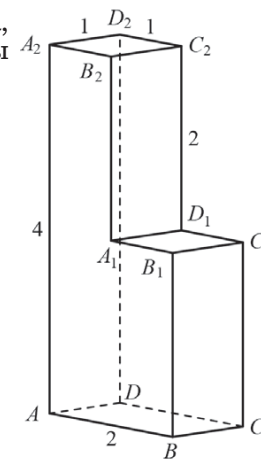


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по зоологии.

Ответ:

- B11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- B12** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

- B13** Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- B14** Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 10x + 32}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3}\cos x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

- C3** Решите систему

$$\begin{cases} (x^2 + 5, 6x + 7, 84)(x + 2, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+2} \leq 5. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 10 (Восток без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

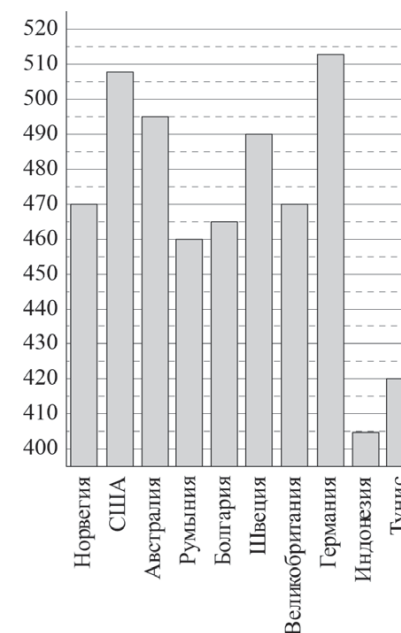
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 декабря счётчик показывал расход 75 куб.м. воды, а 1 января — 83 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за декабрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 26 р. 50 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

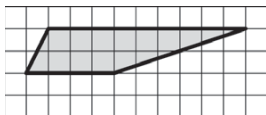
- В2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите средний балл участников из Болгарии.

Ответ:

- B3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо 20% на услуги мобильного интернета.

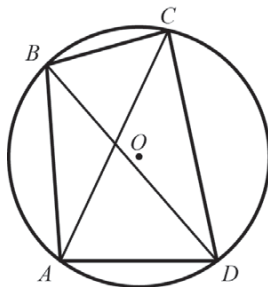
Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 500 рублей на звонки абонентам других компаний в своем регионе, 300 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\sqrt{-32 - 4x} = 2$.

Ответ:

- B6** Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 102° , угол CAD равен 65° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

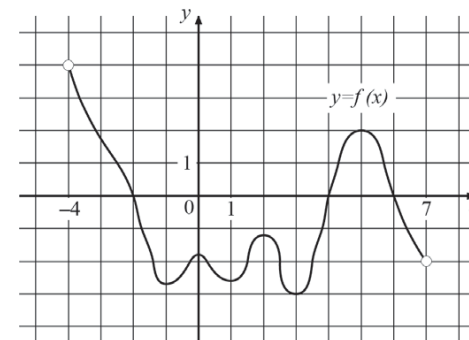


Ответ:

- B7** Найдите значение выражения $(394^2 - 26^2) : 420$.

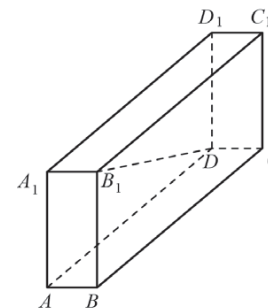
Ответ:

- B8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -11$.



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $CC_1 = 4$, $A_1 B_1 = 1$, $BC = 8$. Найдите длину диагонали DB_1 .

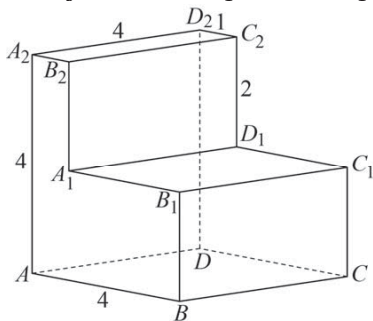


Ответ:

B10 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 3 из них встречается вопрос об Александре II. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса об Александре II.

Ответ:

B11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12 Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 километр, приобрести скорость не менее 130 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

B13 Моторная лодка прошла против течения реки 135 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 26}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

C2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (x^2 + 3, 6x + 3, 24)(x + 1, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} \leq 5. \end{cases}$$

C4

Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

C5

При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

C6

Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 11 (Восток без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

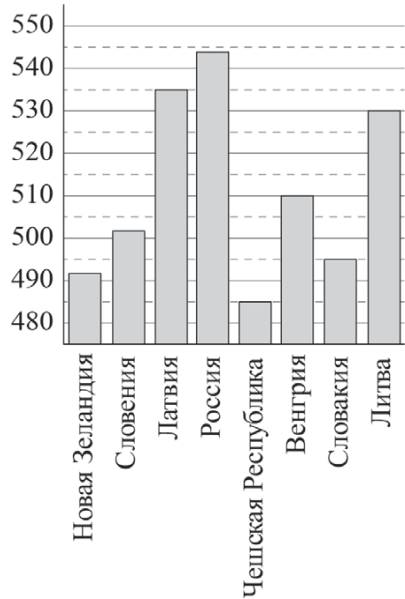
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Одна таблетка лекарства весит 35 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 7кг в течение суток?

Ответ:

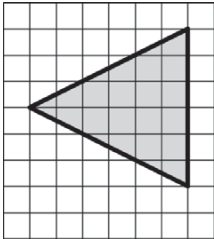
B2 На диаграмме показан средний балл участников 8 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



Найдите число стран, в которых средний балл не меньше, чем 500.

Ответ:

B3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

B4 Для остекления музейных витрин требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,15 м². В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

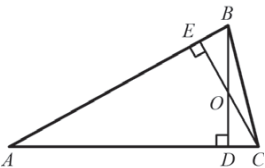
Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м ²)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
A	300	12	
B	290	14	
C	320	10	При заказе на сумму больше 2500 руб. резка бесплатно

Ответ:

B5 Найдите корень уравнения $\sqrt{x + 26} = 7$.

Ответ:

B6 В треугольнике ABC угол A равен 15°, а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



Ответ:

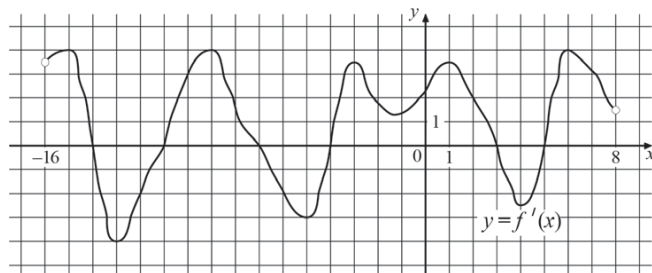
B7

Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{6})^2}{6}$.

Ответ:

B8

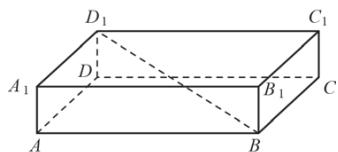
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-16; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-13; 6]$.



Ответ:

B9

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .



Ответ:

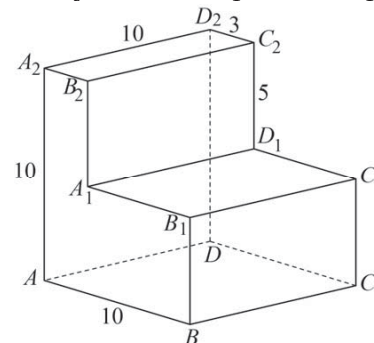
B10

В сборнике билетов по географии всего 30 билетов, в 12 из них встречается вопрос по рекам и озерам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по рекам и озерам.

Ответ:

B11

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой

$$H = \frac{v_0^2}{4g} (1 - \cos 2\alpha), \text{ где } v_0 = 14 \text{ м/с — начальная скорость мячика, а } g —$$

ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 6,35 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

B13

Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

B14

Найдите наибольшее значение функции $y = 24 \cos x - 28x + 23$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3}\cos x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

- C3** Решите систему

$$\begin{cases} (x^2 + 5, 6x + 7, 84)(x + 2, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+2} \leq 5. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 12 (Восток без логарифмов)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

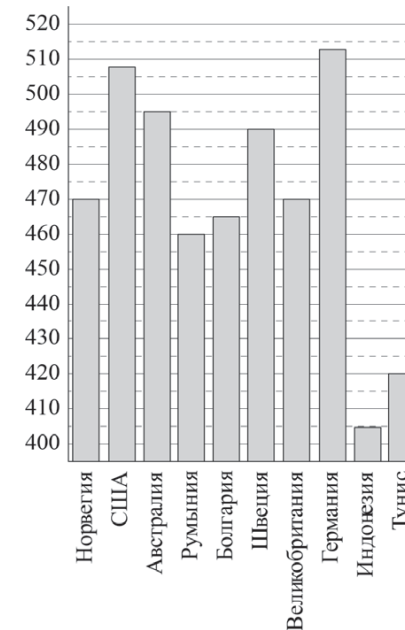
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 марта счётчик показывал расход 934 куб.м. воды, а 1 апреля — 942 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за горячую воду за март, если цена за один куб.м. горячей воды составляет 82 р. 50 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

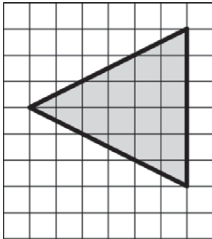
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите средний балл участников из Болгарии.

Ответ:

В3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350	нет	12
Б	Бесплатно	10 минут – 200 рублей	19
В	180	15 минут – 300 рублей	15

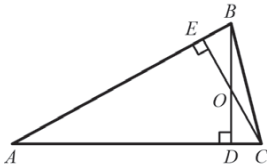
* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В5 Найдите корень уравнения: $\sqrt{-32 - 4x} = 2$.

Ответ:

В6 В треугольнике ABC угол A равен 15° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

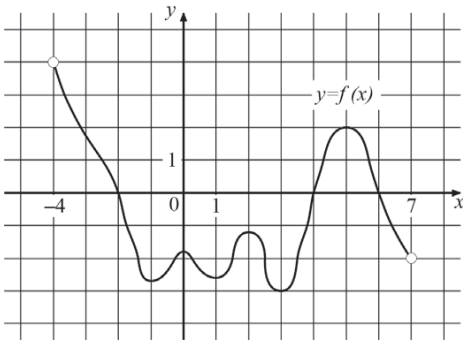


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $(181^2 - 11^2) : 192$.

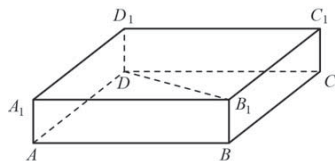
Ответ:

В8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -11$.



Ответ:

- В9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

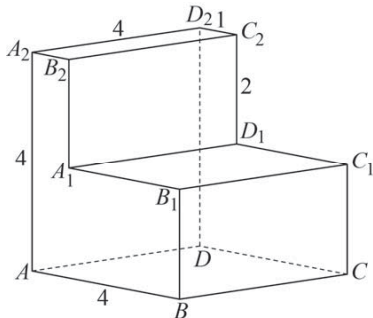


Ответ:

- В10** В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по зоологии.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 14$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 6,35 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- В13** Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- В14** Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 26}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

C3 | Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (x^2 + 3, 6x + 3, 24)(x + 1, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{x + 1} \leq 5. \end{cases}$$

C4 | Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.**C5** | При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?**C6** | Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.**Диагностическая работа № 1**
по МАТЕМАТИКЕ**22 мая 2012 года****10 класс****Вариант 13 (Восток без производной)**

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

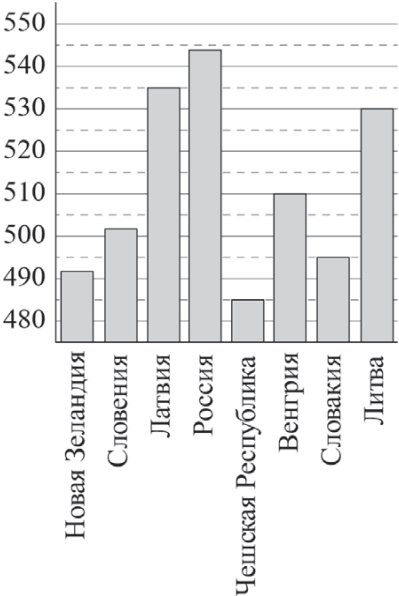
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина 22,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 8 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ:

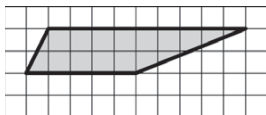
B2 На диаграмме показан средний балл участников 8 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл выше, чем в Словакии.

Ответ:

- B3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** В среднем гражданин А. в дневное время расходует $110 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ электроэнергии в месяц, а в ночное время — $155 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу $2,6 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу $2,6 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$, а ночной расход оплачивается по тарифу $0,8 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$.

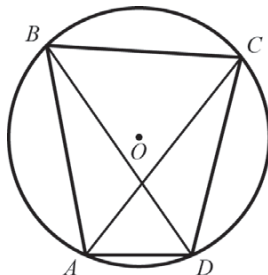
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\log_7(2 - x) = 2$.

Ответ:

- B6** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 76° , угол CAD равен 52° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



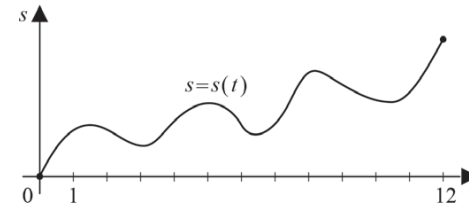
Ответ:

- B7** Найдите значение выражения $(181^2 - 11^2) : 192$.

Ответ:

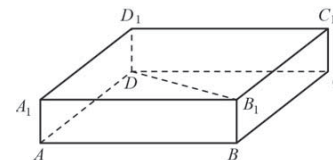
- B8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

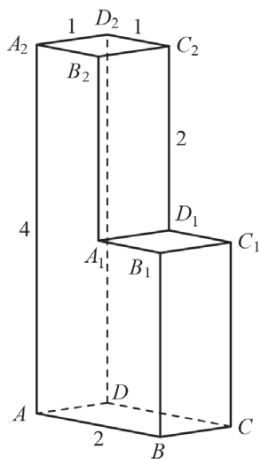


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по зоологии.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

- В13** Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- В14** Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-99-20x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6 \sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

- C3** Решите систему

$$\begin{cases} \log_{4x+1}(5x-6) + \log_{5x-6}(4x+1) \leq 2, \\ 25^x - 3 \cdot 15^x - 10 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1
по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 14 (Восток без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

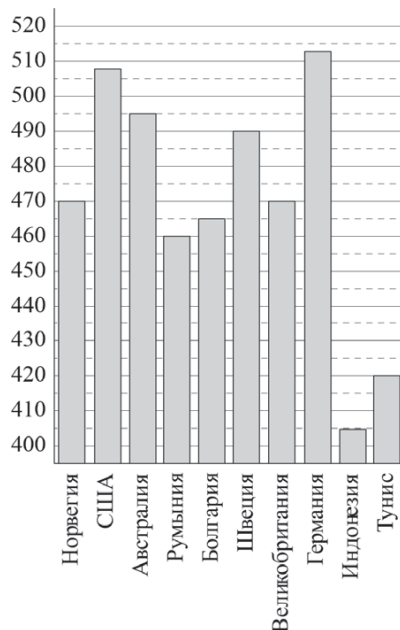
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 декабря счётчик показывал расход 75 куб.м. воды, а 1 января — 83 куб.м. Какую сумму должен заплатить А. за холодную воду за декабрь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 26 р. 50 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

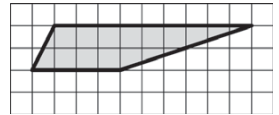
- B2** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите средний балл участников из Болгарии.

Ответ:

- B3** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо 20% на услуги мобильного интернета.

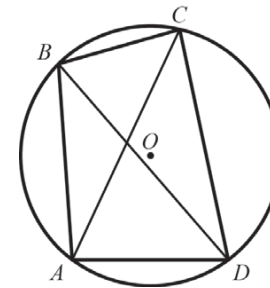
Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 500 рублей на звонки абонентам других компаний в своем регионе, 300 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\log_6(3 - x) = 1$.

Ответ:

- B6** Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 102° , угол CAD равен 65° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



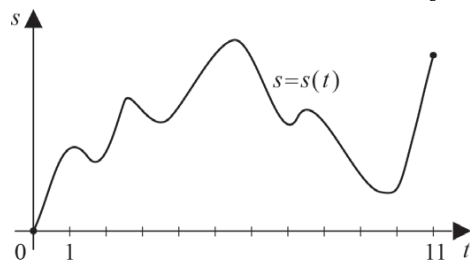
Ответ:

B7 Найдите значение выражения $(394^2 - 26^2) : 420$.

Ответ:

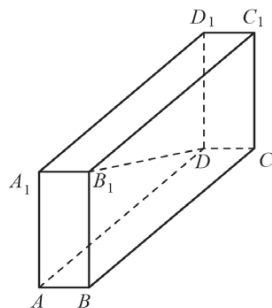
B8 Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 11 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

B9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $CC_1 = 4$, $A_1 B_1 = 1$, $BC = 8$. Найдите длину диагонали DB_1 .

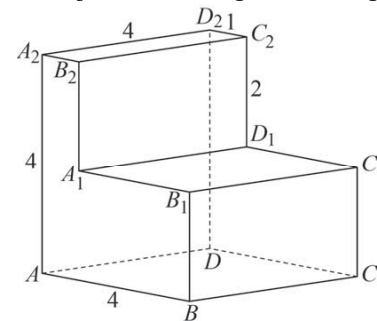


Ответ:

B10 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 3 из них встречается вопрос об Александре II. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса об Александре II.

Ответ:

B11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12 Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 километр, приобрести скорость не менее 130 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ:

B13 Моторная лодка прошла против течения реки 135 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-61+16x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3}\sin x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

- C3** Решите систему
- $$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-7) + \log_{4x-7}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

- C5** При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 15 (Восток без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

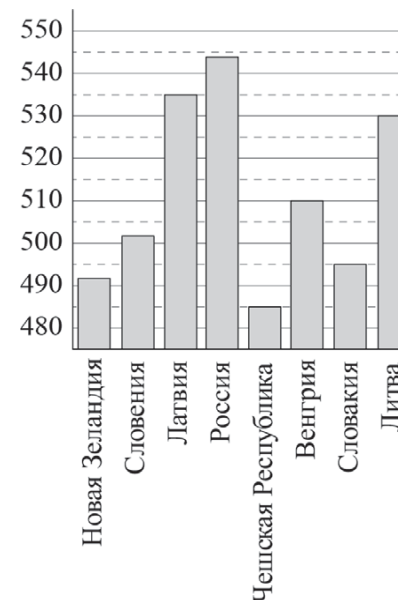
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** | Одна таблетка лекарства весит 35 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 7 кг в течение суток?

Ответ:

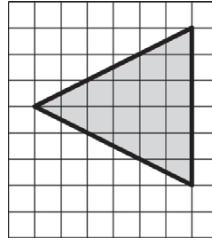
- B2** | На диаграмме показан средний балл участников 8 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



Найдите число стран, в которых средний балл не меньше, чем 500.

Ответ:

- В3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- В4** Для остекления музейных витрин требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла $0,15\text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

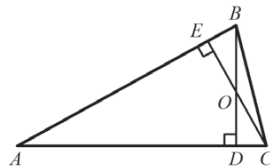
Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	300	12	
В	290	14	
С	320	10	При заказе на сумму больше 2500 руб. резка бесплатно

Ответ:

- В5** Найдите корень уравнения: $\log_3(-5 - x) = 1$.

Ответ:

- В6** В треугольнике ABC угол A равен 15° , а углы B и C острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

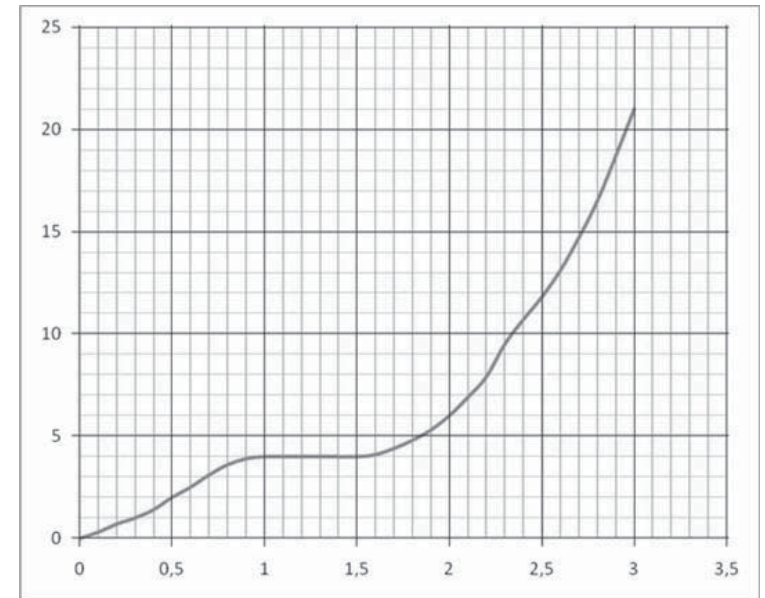


Ответ:

- В7** Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{6})^2}{6}$.

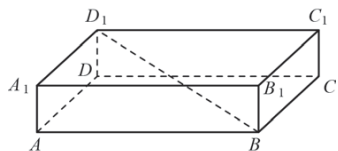
Ответ:

- В8** На рисунке показана зависимость расстояния от времени при движении теплохода по маршруту от начального пункта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость теплохода на этом маршруте. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ:

- В9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AA_1 = 4$, $A_1 B_1 = 19$, $B_1 C_1 = 8$. Найдите длину диагонали BD_1 .

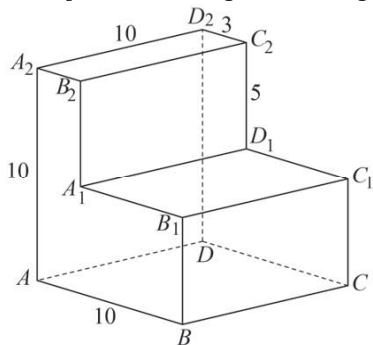


Ответ:

- В10** В сборнике билетов по географии всего 30 билетов, в 12 из них встречается вопрос по рекам и озерам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по рекам и озерам.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 14$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 6,35 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- В13** Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

- В14** Найдите наибольшее значение функции $y = 4^{-3+4x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6 \sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .
- C3** Решите систему

$$\begin{cases} \log_{4x+1}(5x-6) + \log_{5x-6}(4x+1) \leq 2, \\ 25^x - 3 \cdot 15^x - 10 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$$

- C4
- Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.
- C5
- При каких a уравнение $\left|x^2 + 2x - 3\right| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?
- C6
- Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

22 мая 2012 года

10 класс

Вариант 16 (Восток без производной)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

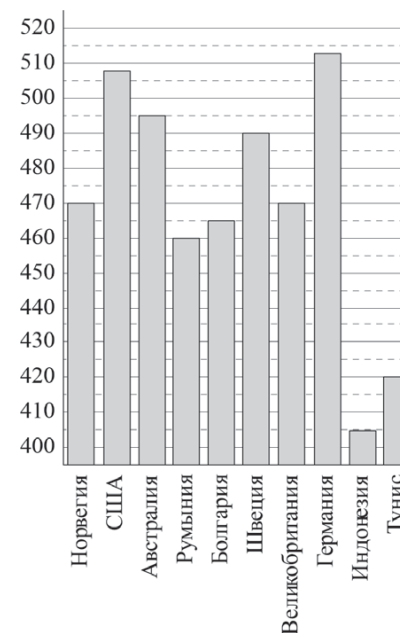
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина 22,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 8 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ:

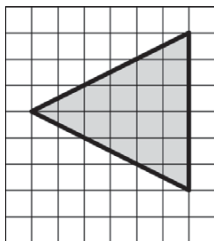
B2 На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).



По данным диаграммы найдите средний балл участников из Болгарии.

Ответ:

- B3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- B4** В среднем гражданин А. в дневное время расходует $110 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ электроэнергии в месяц, а в ночное время — $155 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу $2,6 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу $2,6 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$, а ночной расход оплачивается по тарифу $0,8 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$.

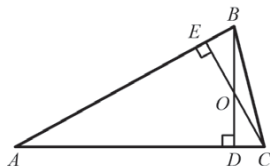
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения: $\log_6(3 - x) = 1$.

Ответ:

- B6** В треугольнике ABC угол A равен 15° , а углы B и C острые. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



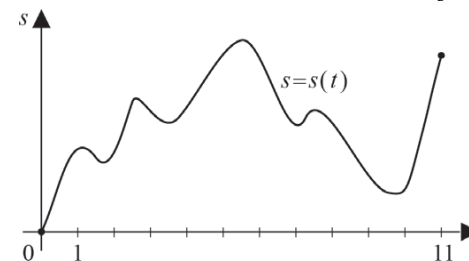
Ответ:

- B7** Найдите значение выражения $(181^2 - 11^2) : 192$.

Ответ:

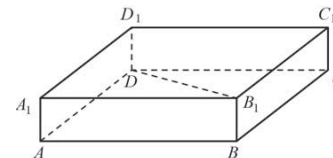
- B8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 11 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- B9** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 4$, $AB = 18$, $AD = 12$. Найдите длину диагонали DB_1 .

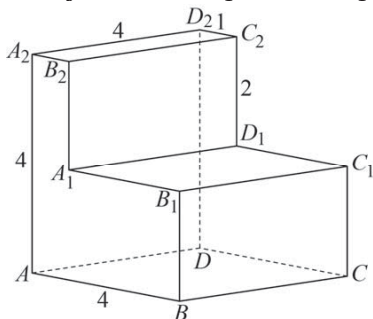


Ответ:

- B10** В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по зоологии.

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

- В12** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 14$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 6,35 м на расстоянии 1 м?

Ответ:

- В13** Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- В14** Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-61+16x-x^2}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3}\sin x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K — середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .
- C3** Решите систему
$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-7) + \log_{4x-7}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$
- C4** Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.
- C5** При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?
- C6** Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

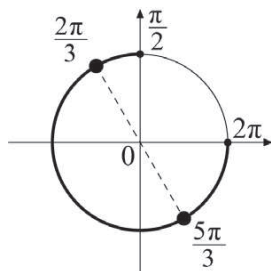
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**С1**а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.**Решение.**

а) Преобразуем уравнение и разложим левую часть на множители:

$$2\sin x \cos x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0;$$

$$\sin x (\cos x - 3) + \sqrt{3} \cos x (\cos x - 3) = 0;$$

$$(\cos x - 3)(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 0.$$

Выражение $\cos x - 3$ не обращается в нуль. Следовательно, $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$.Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Значит, $\cos x \neq 0$.Разделим обе части уравнения на $\cos x$. Получаем: $\tan x + \sqrt{3} = 0$; $\tan x = -\sqrt{3}$.Тогда $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.б) С помощью единичной окружности находим, что отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$.**Ответ:** а) $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

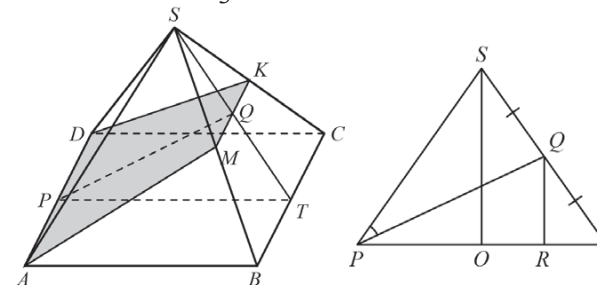
Решение.

Точка D лежит в плоскости AMK . Проведем сечение, проходящее через S и середины P и T рёбер AD и BC . Оно пересекает MK в точке Q . $SP \perp AD$, $PT \perp AD$. Значит, $PQ \perp AD$. Поэтому $\angle SPQ$ – линейный угол искомого угла.

Проведем высоту SO . $SP = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$; $PO = 2$. Из $\triangle PSO$ находим: $SO = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}$. Опустим перпендикуляр QR на PT . $QR = \frac{1}{2}SO = \sqrt{2}$; $PR = \frac{3}{4}PT = 3$.

Тогда $\tan \angle QPR = \frac{QR}{PR} = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\tan \angle SPO = \frac{SO}{OP} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Поэтому $\angle SPQ = \arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3}$.

**Примечание:**

$$\tan \angle SPQ = \tan \left(\arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}}{1 + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \left(1 + \frac{2}{3} \right)} = \frac{2\sqrt{2}}{5},$$

$$\angle SPQ = \arctg \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Другой способ:

$$PQ = \sqrt{RP^2 + RQ^2} = \sqrt{9 + 2} = \sqrt{11}, \quad SQ = \frac{1}{2}ST = \sqrt{3},$$

$$\cos \angle SPQ = \frac{SP^2 + PQ^2 - SQ^2}{2SP \cdot PQ} = \frac{12 + 11 - 3}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{11}} = \frac{20}{4\sqrt{33}} = \frac{5}{\sqrt{33}}.$$

$$\angle SPQ = \arccos \frac{5}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему

$$\begin{cases} (x^2 + 5, 6x + 7, 84)(x + 2, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+2} \leq 5. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство: $(x + 2, 8)^2(x + 2, 5) \geq 0$. Решение: $x = -2, 8$ или $x \geq -2, 5$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{5x^2 + 25x + 31}{(x + 2)(x + 3)} \geq 0.$$

Нули числителя:

$$\frac{-25 - \sqrt{5}}{10} \text{ и } \frac{-25 + \sqrt{5}}{10}.$$

Решение:

$$x < -3, \frac{-25 - \sqrt{5}}{10} \leq x \leq \frac{-25 + \sqrt{5}}{10}, x > -2.$$

Решением системы является общая часть полученных решений двух неравенств. Поскольку

$$-2, 8 = \frac{-25 - 3}{10} < \frac{-25 - \sqrt{5}}{10} < -2, 5,$$

получаем: $-2, 5 \leq x \leq \frac{-25 + \sqrt{5}}{10}; x > -2$.

Ответ: $\left[-2, 5; \frac{-25 + \sqrt{5}}{10}\right], (-2; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

Решение.

Пусть $AD = 2BC$ (рис. 1).

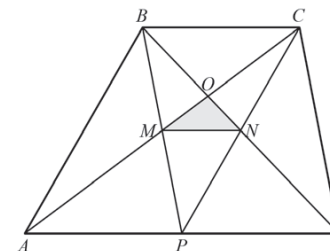


Рис. 1

Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, поэтому точки M и N – середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN – медианы треугольника BPC . Пусть h – высота трапеции. Положим $BC = a$, $AD = 2a$, $OM = x$. Тогда

$$\frac{a + 2a}{2}h = \frac{3}{2}ah = 270, \quad ah = 180,$$

а т. к. O – точка пересечения медиан треугольника BPC , то $OC = 2x$, поэтому

$$AM = MC = 3x, OA = AM + OM = 3x + x = 4x, \quad \frac{OM}{OA} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}.$$

Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{1}{4}$, значит, треугольник MON подобен треугольнику AOD с коэффициентом $\frac{1}{4}$. Следовательно,

$$S_{\Delta MON} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot S_{\Delta AOD} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1}{24}ah = \frac{1}{24} \cdot 180 = \frac{15}{2}.$$

Рассмотрим случай, когда $BC = 2AD$ (рис. 2).

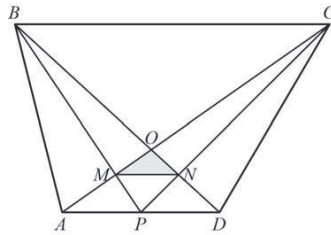


Рис. 2

Пусть h — высота трапеции. Положим

$$AD = a, \quad BC = 2a, \quad AM = 3t.$$

Тогда $ah = 180$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом $\frac{1}{2}$, а треугольник AMP — треугольнику CMB с коэффициентом

$$\frac{AP}{BC} = \frac{1}{4}.$$

Тогда

$$\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}, \quad \frac{PM}{PB} = \frac{1}{5}, \quad MC = 12t, \quad AC = AM + MC = 15t, \quad AO = 5t, \quad MO = 2t,$$

значит, $\frac{OM}{OA} = \frac{2t}{5t} = \frac{2}{5}$. Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{2}{5}$. Следовательно,

$$S_{\Delta MON} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot S_{\Delta AOD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{2}{75}ah = \frac{2}{75} \cdot 180 = \frac{24}{5}.$$

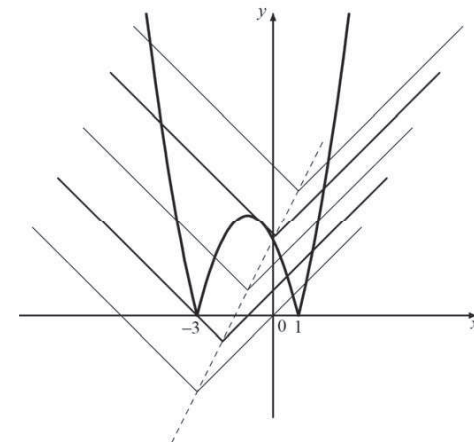
Ответ: $\frac{15}{2}$ или $\frac{24}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С5 При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

Решение.

Запишем уравнение в виде $|x^2 + 2x - 3| = |x - a| + 2a + 3$. График левой части получается из параболы $y = x^2 + 2x - 3$ отражением участка, соответствующего значениям переменной от -3 до 1 . График правой получается параллельным переносом графика $y = |x|$ на вектор $(a; 2a + 3)$. Из рисунка видно, что подходящих значений a ровно два — при одном из них график правой части проходит через точку $(-3; 0)$, при другом — касается отраженного участка параболы. Первое, как нетрудно видеть, происходит при $a = -2$, а второе — когда уравнение $3 - 2x - x^2 = 3a + 3 - x$ имеет единственный корень. Приравняв дискриминант к нулю, находим $a = \frac{1}{12}$.



Ответ: -2 ; $\frac{1}{12}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности	3
Ход решения в целом верен, но полученный ответ отличается от верного конечным числом значений параметра	2
Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без корней, дальнейшие содержательные продвижения отсутствуют	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6

Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Решение.

Сумма пяти различных натуральных чисел может быть равна 17 только для наборов 1,2,3,4,7 (не подходит, т. к. если число делится на 2 и 3, то делится и на 6) и 1,2,3,5,6. Значит, число делится на 2, на 3 и на 5, но не делится на 4. Его четыре наибольших делителя будут x , $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$ и $\frac{x}{5}$, а их сумма будет равна $\frac{61x}{30}$. Значит $\frac{61x}{30} = 427$, откуда $x = 210$. Такое число удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: 210.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Решение в целом верное, однако допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Доказано, что число является кратным 30	2
Верно указан набор наименьших делителей	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

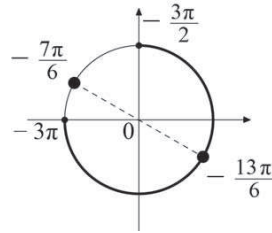
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**C1**а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.**Решение.**

а) Преобразуем уравнение и разложим левую часть на множители:

$$2\sin x \cos x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0;$$

$$\cos x (\sin x - 3) + \sqrt{3} \sin x (\sin x - 3) = 0;$$

$$(\sin x - 3)(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = 0.$$

Выражение $\sin x - 3$ не обращается в нуль. Следовательно, $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 0$.Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Значит, $\cos x \neq 0$.Разделим обе части уравнения на $\sqrt{3} \cos x$. Получаем: $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$; $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.Тогда $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.б) С помощью единичной окружности находим, что отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежит только корень $-\frac{13\pi}{6}$.**Ответ:** а) $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

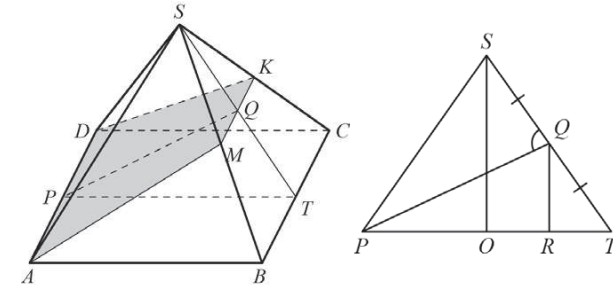
C2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

Решение.

Точка D лежит в плоскости AMK . Проведем сечение, проходящее через S и середины P и T рёбер AD и BC . Оно пересекает MK в точке Q . $ST \perp BC$, $PT \perp BC$, $BC \parallel MK$. Значит, $SQ \perp MK$ и $PQ \perp MK$. Поэтому $\angle SQP$ – линейный угол искомого угла.

Проведем высоту SO . $ST = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$; $OT = 2$. Из $\triangle TOS$ находим: $SO = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}$. Опустим перпендикуляр QR на PT . $QR = \frac{1}{2}SO = \sqrt{2}$; $PR = \frac{3}{4}PT = 3$. Тогда $\operatorname{tg} \angle TQR = \frac{TO}{SO} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\operatorname{tg} \angle PQR = \frac{PR}{QR} = \frac{3}{\sqrt{2}}$. Поэтому $\angle PQS = \pi - \angle TQR - \angle PQR = \pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}}$.

**Примечание:**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle PQS &= \operatorname{tg} \left(\pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}} \right) = -\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}} \right) = \\ &= -\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{4}{\sqrt{2} \left(\frac{3}{2} - 1 \right)} = \frac{4 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}, \end{aligned}$$

$$\angle PQS = \operatorname{arctg} 4\sqrt{2}.$$

Другой способ:

$$PQ = \sqrt{RP^2 + RQ^2} = \sqrt{9 + 2} = \sqrt{11}, \quad SQ = \frac{1}{2}ST = \sqrt{3},$$

$$\cos \angle SQP = \frac{SQ^2 + PQ^2 - SP^2}{2SQ \cdot PQ} = \frac{3 + 11 - 12}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{33}}.$$

$$\angle SQP = \arccos \frac{1}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\pi - \arctg \frac{1}{\sqrt{2}} - \arctg \frac{3}{\sqrt{2}}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (x^2 + 3, 6x + 3, 24)(x + 1, 5) \geq 0, \\ \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} \leq 5. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство: $(x + 1, 8)^2(x + 1, 5) \geq 0$. Решение: $x = -1, 8$ или $x \geq -1, 5$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{5x^2 + 15x + 11}{(x+1)(x+2)} \geq 0.$$

Нули числителя: $\frac{-15 - \sqrt{5}}{10}$ и $\frac{-15 + \sqrt{5}}{10}$.

Решение:

$$x < -2, \frac{-15 - \sqrt{5}}{10} \leq x \leq \frac{-15 + \sqrt{5}}{10}, x > -1.$$

Решением системы является общая часть полученных решений двух неравенств. Поскольку

$$-1, 8 = \frac{-15 - 3}{10} < \frac{-15 - \sqrt{5}}{10} < -1, 5,$$

получаем: $-1, 5 \leq x \leq \frac{-15 + \sqrt{5}}{10}; x > -1.$

Ответ: $\left[-1, 5; \frac{-15 + \sqrt{5}}{10}\right], (-1; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

Решение.

Пусть $AD = 2BC$ (рис. 1).

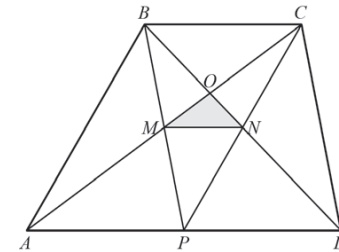


Рис. 1

Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, поэтому точки M и N – середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN – медианы треугольника BPC . Пусть h – высота трапеции. Положим $BC = a$, $AD = 2a$, $OM = x$. Тогда

$$\frac{a + 2a}{2}h = \frac{3}{2}ah = 675, \quad ah = 450,$$

а т. к. O – точка пересечения медиан треугольника BPC , то $OC = 2x$, поэтому

$$AM = MC = 3x, \quad OA = AM + OM = 3x + x = 4x, \quad \frac{OM}{OA} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}.$$

Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{1}{4}$, значит, треугольник MON подобен треугольнику AOD с коэффициентом $\frac{1}{4}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1}{24}ah = \frac{1}{24} \cdot 450 = \frac{75}{4}.$$

Рассмотрим случай, когда $BC = 2AD$ (рис. 2).

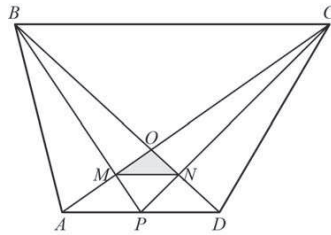


Рис. 2

Пусть h – высота трапеции. Положим $AD = a$, $BC = 2a$, $AM = 3t$. Тогда $ah = 450$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом $\frac{1}{2}$, а

треугольник AMP – треугольнику CMB с коэффициентом $\frac{AP}{BC} = \frac{1}{4}$. Тогда

$$\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}, \quad \frac{PM}{PB} = \frac{1}{5}, \quad MC = 12t, \quad AC = AM + MC = 15t, \quad AO = 5t, \quad MO = 2t,$$

значит, $\frac{OM}{OA} = \frac{2t}{5t} = \frac{2}{5}$. Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{2}{5}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{2}{75}ah = \frac{2}{75} \cdot 450 = 12.$$

Ответ: $\frac{75}{4}$ или 12.

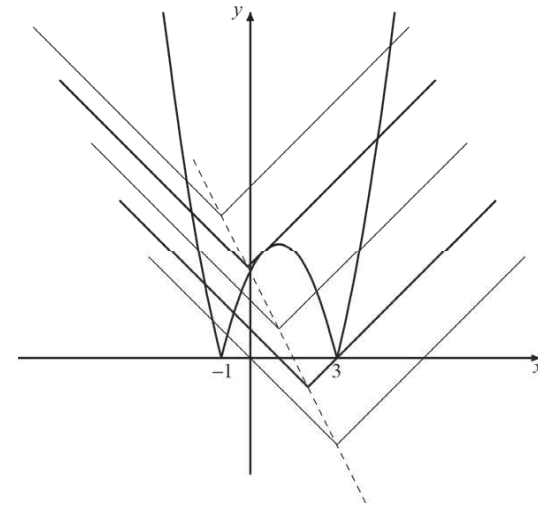
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С5

При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

Решение.

Запишем уравнение в виде $|x^2 - 2x - 3| = |x + a| + 2a + 3$. График левой части получается из параболы $y = x^2 - 2x - 3$ отражением участка, соответствующего значениям переменной от -1 до 3 . График правой получается параллельным переносом графика $y = |x|$ на вектор $(-a; 2a + 3)$. Из рисунка видно, что подходящих значений a ровно два — при одном из них график правой части проходит через точку $(3; 0)$, при другом — касается отраженного участка параболы. Первое, как нетрудно видеть, происходит при $a = -2$, а второе — когда уравнение $3 + 2x - x^2 = x + 3a + 3$ имеет единственный корень. Приравняв дискриминант к нулю, находим $a = \frac{1}{12}$.



Ответ: $-2; \frac{1}{12}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности	3
Ход решения в целом верен, но полученный ответ отличается от верного конечным числом значений параметра	2
Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без корней, дальнейшие содержательные продвижения отсутствуют	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6

Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Решение.
Сумма пяти различных натуральных чисел может быть равна 17 только для наборов 1,2,3,4,7 (не подходит, т. к. если число делится на 2 и 3, то делится и на 6) и 1,2,3,5,6. Значит, число делится на 2, на 3 и на 5, но не делится на 4. Его четыре наибольших делителя будут x , $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$ и $\frac{x}{5}$, а их сумма будет равна $\frac{61x}{30}$. Значит $\frac{61x}{30} = 671$, откуда $x = 330$. Такое число удовлетворяет всем условиям задачи.
Ответ: 330.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Решение в целом верное, однако допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Доказано, что число является кратным 30	2
Верно указан набор наименьших делителей	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

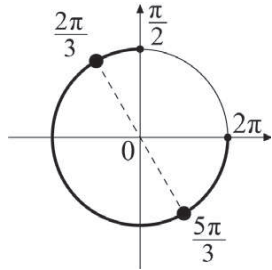
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**С1**а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.**Решение.**

а) Преобразуем уравнение и разложим левую часть на множители:

$$2\sin x \cos x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - 6\sin x - 6\sqrt{3} \cos x = 0;$$

$$\sin x (\cos x - 3) + \sqrt{3} \cos x (\cos x - 3) = 0;$$

$$(\cos x - 3)(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 0.$$

Выражение $\cos x - 3$ не обращается в нуль. Следовательно, $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$.Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Значит, $\cos x \neq 0$.Разделим обе части уравнения на $\cos x$. Получаем: $\tan x + \sqrt{3} = 0$; $\tan x = -\sqrt{3}$.Тогда $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.б) С помощью единичной окружности находим, что отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$.**Ответ:** а) $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и ADS .

Решение.

Точка D лежит в плоскости AMK . Проведем сечение, проходящее через S и середины P и T рёбер AD и BC . Оно пересекает MK в точке Q . $SP \perp AD$, $PT \perp AD$. Значит, $PQ \perp AD$. Поэтому $\angle SPQ$ – линейный угол искомого угла.

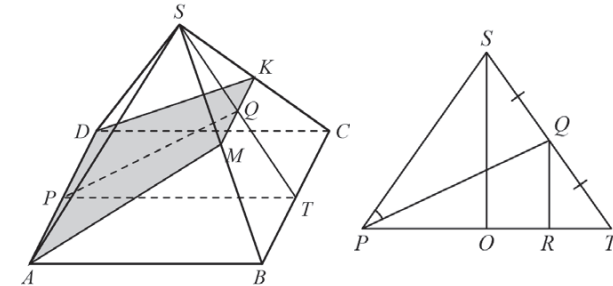
Проведем высоту SO . $SP = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$; $PO = 2$. Из $\triangle PSO$ находим:

$$SO = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}. \text{ Опустим перпендикуляр } QR \text{ на } PT. \quad QR = \frac{1}{2}SO = \sqrt{2};$$

$$PR = \frac{3}{4}PT = 3.$$

$$\text{Тогда } \tan \angle QPR = \frac{QR}{PR} = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \angle SPO = \frac{SO}{OP} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Поэтому } \angle SPQ = \arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

**Примечание:**

$$\tan \angle SPQ = \tan \left(\arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}}{1 + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \left(1 + \frac{2}{3} \right)} = \frac{2\sqrt{2}}{5},$$

$$\angle SPQ = \arctg \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Другой способ:

$$PQ = \sqrt{RP^2 + RQ^2} = \sqrt{9 + 2} = \sqrt{11}, \quad SQ = \frac{1}{2}ST = \sqrt{3},$$

$$\cos \angle SPQ = \frac{SP^2 + PQ^2 - SQ^2}{2SP \cdot PQ} = \frac{12 + 11 - 3}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{11}} = \frac{20}{4\sqrt{33}} = \frac{5}{\sqrt{33}}.$$

$$\angle SPQ = \arccos \frac{5}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\arctg \sqrt{2} - \arctg \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему

$$\begin{cases} \log_{4x+1}(5x-6) + \log_{5x-6}(4x+1) \leq 2, \\ 25^x - 3 \cdot 15^x - 10 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{4x+1}(5x-6) + \frac{1}{\log_{4x+1}(5x-6)} \leq 2.$$

Сделаем замену $y = \log_{4x+1}(5x-6)$:

$$y + \frac{1}{y} \leq 2; \quad \frac{(y-1)^2}{y} \leq 0,$$

откуда $y = 1$ или $y < 0$.

Если $\log_{4x+1}(5x-6) = 1$, то

$$\begin{cases} 4x+1 = 5x-6, \\ 4x+1 > 0, \\ 4x+1 \neq 1, \end{cases}$$

откуда $x = 7$.

Если $\log_{4x+1}(5x-6) < 0$, то

$$\begin{cases} \frac{5x-6-1}{4x+1-1} < 0, \\ 4x+1 > 0, \\ 5x-6 > 0, \\ 4x+1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} \frac{5x-7}{x} < 0, \\ x > \frac{6}{5}; \end{cases} \quad \frac{6}{5} < x < \frac{7}{5}.$$

Решение неравенства: $\frac{6}{5} < x < \frac{7}{5}$ или $x = 7$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 9^x : $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x} - 3\left(\frac{5}{3}\right)^x - 10 \leq 0$.

Сделаем замену $z = \left(\frac{5}{3}\right)^x$. Получаем: $z^2 - 3z - 10 \leq 0$; $-2 \leq z \leq 5$.

Обратная замена дает: $\left(\frac{5}{3}\right)^x \leq 5$; $x \leq \log_{\frac{5}{3}} 5$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств. Учитывая, что $2 < \log_{\frac{5}{3}} 5 < 7$, находим решение системы: $\frac{6}{5} < x < \frac{7}{5}$.

Ответ: $\left(\frac{6}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 270. Диагонали AB и CD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

Решение.
Пусть $AD = 2BC$ (рис. 1).

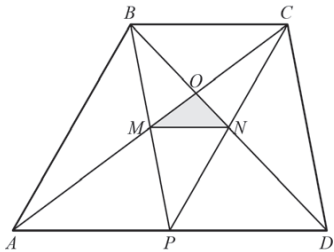


Рис. 1

Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, поэтому точки M и N – середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN – медианы треугольника BPC . Пусть h – высота трапеции. Положим $BC = a$, $AD = 2a$, $OM = x$. Тогда

$$\frac{a + 2a}{2}h = \frac{3}{2}ah = 270, \quad ah = 180,$$

а т. к. O – точка пересечения медиан треугольника BPC , то $OC = 2x$, поэтому

$$AM = MC = 3x, \quad OA = AM + OM = 3x + x = 4x, \quad \frac{OM}{OA} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}.$$

Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{1}{4}$, значит, треугольник MON подобен треугольнику AOD с коэффициентом $\frac{1}{4}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1}{24}ah = \frac{1}{24} \cdot 180 = \frac{15}{2}.$$

Рассмотрим случай, когда $BC = 2AD$ (рис. 2).

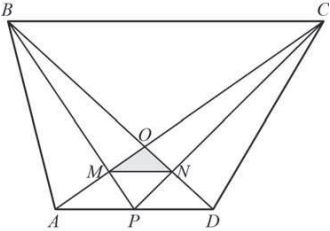


Рис. 2

Пусть h – высота трапеции. Положим
 $AD = a, \quad BC = 2a, \quad AM = 3t.$

Тогда $ah = 180$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом $\frac{1}{2}$, а треугольник AMP – треугольнику CMB с коэффициентом $\frac{AP}{BC} = \frac{1}{4}$. Тогда

$$\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}, \quad \frac{PM}{PB} = \frac{1}{5}, \quad MC = 12t, \quad AC = AM + MC = 15t, \quad AO = 5t, \quad MO = 2t,$$

значит, $\frac{OM}{OA} = \frac{2t}{5t} = \frac{2}{5}$. Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{2}{5}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{2}{75}ah = \frac{2}{75} \cdot 180 = \frac{24}{5}.$$

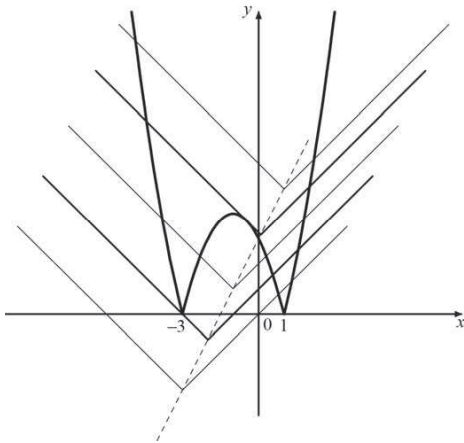
Ответ: $\frac{15}{2}$ или $\frac{24}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С5 При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три корня?

Решение.

Запишем уравнение в виде $|x^2 + 2x - 3| = |x - a| + 2a + 3$. График левой части получается из параболы $y = x^2 + 2x - 3$ отражением участка, соответствующего значениям переменной от -3 до 1 . График правой получается параллельным переносом графика $y = |x|$ на вектор $(a; 2a + 3)$. Из рисунка видно, что подходящих значений a ровно два — при одном из них график правой части проходит через точку $(-3; 0)$, при другом — касается отраженного участка параболы. Первое, как нетрудно видеть, происходит при $a = -2$, а второе — когда уравнение $3 - 2x - x^2 = 3a + 3 - x$ имеет единственный корень. Приравняв дискриминант к нулю, находим $a = \frac{1}{12}$.



Ответ: $-2; \frac{1}{12}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности	3
Ход решения в целом верен, но полученный ответ отличается от верного конечным числом значений параметра	2
Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без корней, дальнейшие содержательные продвижения отсутствуют	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6 Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 427. Найдите число.

Решение.

Сумма пяти различных натуральных чисел может быть равна 17 только для наборов 1,2,3,4,7 (не подходит, т. к. если число делится на 2 и 3, то делится и на 6) и 1,2,3,5,6. Значит, число делится на 2, на 3 и на 5, но не делится на 4. Его четыре наибольших делителя будут x , $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$ и $\frac{x}{5}$, а их сумма будет равна $\frac{61x}{30}$. Значит $\frac{61x}{30} = 427$, откуда $x = 210$. Такое число удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: 210.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Решение в целом верное, однако допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Доказано, что число является кратным 30	2
Верно указан набор наименьших делителей	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

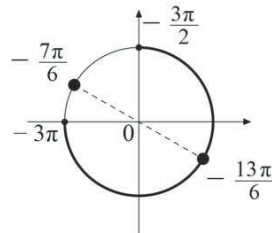
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**С1**а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.**Решение.**

а) Преобразуем уравнение и разложим левую часть на множители:

$$2\sin x \cos x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - 6\cos x - 6\sqrt{3} \sin x = 0;$$

$$\cos x (\sin x - 3) + \sqrt{3} \sin x (\sin x - 3) = 0;$$

$$(\sin x - 3)(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = 0.$$

Выражение $\sin x - 3$ не обращается в нуль. Следовательно, $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 0$.Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Значит, $\cos x \neq 0$.Разделим обе части уравнения на $\sqrt{3} \cos x$. Получаем: $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$; $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.Тогда $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.б) С помощью единичной окружности находим, что отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежит только корень $-\frac{13\pi}{6}$.**Ответ:** а) $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

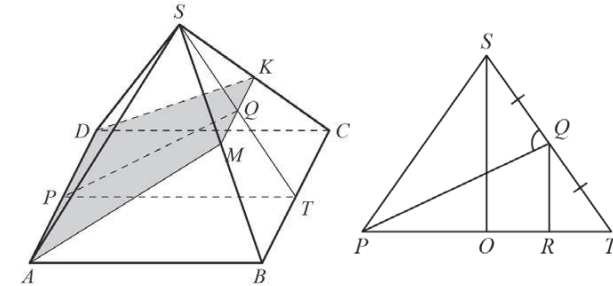
С2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4. Точки M и K – середины боковых рёбер SB и SC соответственно. Найдите угол между плоскостями AMK и BCS .

Решение.

Точка D лежит в плоскости AMK . Проведем сечение, проходящее через S и середины P и T рёбер AD и BC . Оно пересекает MK в точке Q . $ST \perp BC$, $PT \perp BC$, $BC \parallel MK$. Значит, $SQ \perp MK$ и $PQ \perp MK$. Поэтому $\angle SQP$ – линейный угол искомого угла.

Проведем высоту SO . $ST = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$; $OT = 2$. Из $\triangle TOS$ находим: $SO = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}$. Опустим перпендикуляр QR на PT . $QR = \frac{1}{2}SO = \sqrt{2}$; $PR = \frac{3}{4}PT = 3$. Тогда $\operatorname{tg} \angle TQR = \frac{TO}{SO} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\operatorname{tg} \angle PQR = \frac{PR}{QR} = \frac{3}{\sqrt{2}}$. Поэтому $\angle PQS = \pi - \angle TQR - \angle PQR = \pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}}$.

**Примечание:**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle PQS &= \operatorname{tg} \left(\pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}} \right) = -\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \operatorname{arctg} \frac{3}{\sqrt{2}} \right) = \\ &= -\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{4}{\sqrt{2} \left(\frac{3}{2} - 1 \right)} = \frac{4 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}, \end{aligned}$$

$$\angle PQS = \operatorname{arctg} 4\sqrt{2}.$$

Другой способ:

$$PQ = \sqrt{RP^2 + RQ^2} = \sqrt{9 + 2} = \sqrt{11}, \quad SQ = \frac{1}{2}ST = \sqrt{3},$$

$$\cos \angle SQP = \frac{SQ^2 + PQ^2 - SP^2}{2SQ \cdot PQ} = \frac{3 + 11 - 12}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{33}}.$$
$$\angle SQP = \arccos \frac{1}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\pi - \arctg \frac{1}{\sqrt{2}} - \arctg \frac{3}{\sqrt{2}}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

СЗ Решите систему

$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-7) + \log_{4x-7}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{2x+1}(4x-7) + \frac{1}{\log_{2x+1}(4x-7)} \leq 2.$$

Сделаем замену $y = \log_{2x+1}(4x-7)$:

$$y + \frac{1}{y} \leq 2; \quad \frac{(y-1)^2}{y} \leq 0,$$

откуда $y = 1$ или $y < 0$.

Если $\log_{2x+1}(4x-7) = 1$, то

$$\begin{cases} 2x+1 = 4x-7, \\ 2x+1 > 0, \\ 2x+1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда } x = 4.$$

Если $\log_{2x+1}(4x-7) < 0$, то

$$\begin{cases} \frac{4x-7-1}{2x+1-1} < 0, \\ 2x+1 > 0, \\ 4x-7 > 0, \\ 2x+1 \neq 1, \end{cases}$$

откуда
$$\begin{cases} \frac{4x-8}{x} < 0, \\ x > \frac{7}{4}; \end{cases}$$

$$\frac{7}{4} < x < 2.$$

Решение неравенства: $\frac{7}{4} < x < 2$ или $x = 4$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 4^x :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 3\left(\frac{3}{2}\right)^x - 4 \leq 0.$$

Сделаем замену $z = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Получаем:

$$z^2 - 3z - 4 \leq 0; \quad -1 \leq z \leq 4.$$

Обратная замена дает: $\left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 4; \quad x \leq \log_{1,5} 4.$

Решением системы является общая часть решений двух неравенств. Учитывая, что $2 < \log_{1,5} 4 < 4$, находим решение системы: $\frac{7}{4} < x < 2.$

Ответ: $\left(\frac{7}{4}; 2\right).$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4

Площадь трапеции $ABCD$ равна 675. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N . Найдите площадь треугольника MON , если одно из оснований трапеции вдвое меньше другого.

Решение.

Пусть $AD = 2BC$ (рис. 1).

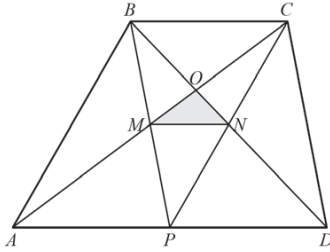


Рис. 1

Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ — параллелограммы, поэтому точки M и N — середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN — медианы треугольника BPC . Пусть h — высота трапеции. Положим $BC = a$, $AD = 2a$, $OM = x$. Тогда

$$\frac{a + 2a}{2}h = \frac{3}{2}ah = 675, \quad ah = 450,$$

а т. к. O — точка пересечения медиан треугольника BPC , то $OC = 2x$, поэтому

$$AM = MC = 3x, \quad OA = AM + OM = 3x + x = 4x, \quad \frac{OM}{OA} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}.$$

Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{1}{4}$, значит, треугольник MON подобен треугольнику AOD с коэффициентом $\frac{1}{4}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1}{24}ah = \frac{1}{24} \cdot 450 = \frac{75}{4}.$$

Рассмотрим случай, когда $BC = 2AD$ (рис. 2).

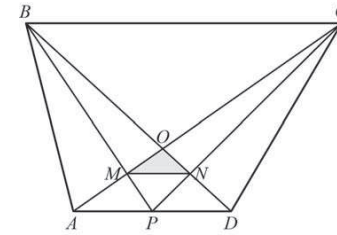


Рис. 2

Пусть h — высота трапеции. Положим $AD = a$, $BC = 2a$, $AM = 3t$. Тогда $ah = 450$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом $\frac{1}{2}$, а треугольник AMP — треугольнику CMB с коэффициентом $\frac{AP}{BC} = \frac{1}{4}$. Тогда

$$\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}, \quad \frac{PM}{PB} = \frac{1}{5}, \quad MC = 12t, \quad AC = AM + MC = 15t, \quad AO = 5t, \quad MO = 2t,$$

значит, $\frac{OM}{OA} = \frac{2t}{5t} = \frac{2}{5}$. Аналогично, $\frac{ON}{OD} = \frac{2}{5}$. Следовательно,

$$S_{\triangle MON} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot S_{\triangle AOD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{2}{75}ah = \frac{2}{75} \cdot 450 = 12.$$

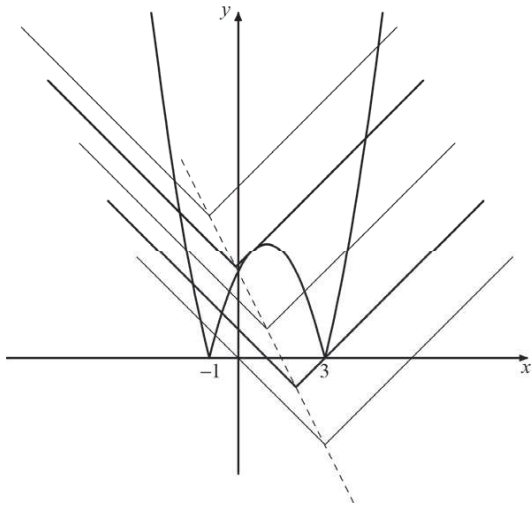
Ответ: $\frac{75}{4}$ или 12.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С5 При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x + a| + 3$ имеет ровно три корня?

Решение.

Запишем уравнение в виде $|x^2 - 2x - 3| = |x + a| + 2a + 3$. График левой части получается из параболы $y = x^2 - 2x - 3$ отражением участка, соответствующего значениям переменной от -1 до 3 . График правой получается параллельным переносом графика $y = |x|$ на вектор $(-a; 2a + 3)$. Из рисунка видно, что подходящих значений a ровно два — при одном из них график правой части проходит через точку $(3; 0)$, при другом — касается отраженного участка параболы. Первое, как нетрудно видеть, происходит при $a = -2$, а второе — когда уравнение $3 + 2x - x^2 = x + 3a + 3$ имеет единственный корень. Приравнивая дискриминант к нулю, находим $a = \frac{1}{12}$.



Ответ: $-2; \frac{1}{12}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности	3
Ход решения в целом верен, но полученный ответ отличается от верного конечным числом значений параметра	2
Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без корней, дальнейшие содержательные продвижения отсутствуют	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6 Сумма пяти наименьших натуральных делителей натурального числа равна 17, а сумма четырех наибольших его делителей равна 671. Найдите число.

Решение.

Сумма пяти различных натуральных чисел может быть равна 17 только для наборов 1,2,3,4,7 (не подходит, т. к. если число делится на 2 и 3, то делится и на 6) и 1,2,3,5,6. Значит, число делится на 2, на 3 и на 5, но не делится на 4. Его четыре наибольших делителя будут $x, \frac{x}{2}, \frac{x}{3}$ и $\frac{x}{5}$, а их сумма будет равна $\frac{61x}{30}$. Значит $\frac{61x}{30} = 671$, откуда $x = 330$. Такое число удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: 330.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Решение в целом верное, однако допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Доказано, что число является кратным 30	2
Верно указан набор наименьших делителей	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Ответы на часть В

вариант	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
вариант 1	354	5	21	1070	4	88	197	7	21	0,44	22	6250	1	-2
вариант 2	3	3	26	3072	9	48	288	7	11	0,84	24	12000	2	-3
вариант 3	585	30	14	6600	44	96	24	3	21	0,15	462	60	75	39
вариант 4	354	3	14	1070	9	96	197	7	22	0,44	24	60	1	-3
вариант 5	354	5	21	1070	-17	88	197	6	21	0,44	22	6250	1	36
вариант 6	3	3	26	3072	-29	48	288	9	11	0,84	24	12000	2	81
вариант 7	585	30	14	6600	-7	96	24	60	21	0,15	462	60	75	16
вариант 8	354	3	14	125	-29	96	197	9	22	0,44	24	60	1	81
вариант 9	10800	5	14	3348	1	24	170	8	22	0,8	24	2250	1	-5
вариант 10	212	465	13	125	-9	37	368	6	9	0,94	84	8450	3	-2
вариант 11	2	5	18	2280	23	165	9	2	21	0,4	530	60	50	47
вариант 12	660	465	18	1070	-9	165	170	6	22	0,8	84	60	1	-2
вариант 13	10800	5	14	3348	-47	24	170	6	22	0,8	24	2250	1	3
вариант 14	212	465	13	125	-3	37	368	8	9	0,94	84	8450	3	27
вариант 15	2	5	18	2280	-8	165	9	7	21	0,4	530	60	50	4
вариант 16	10800	465	18	3348	-3	165	170	8	22	0,8	84	60	1	27